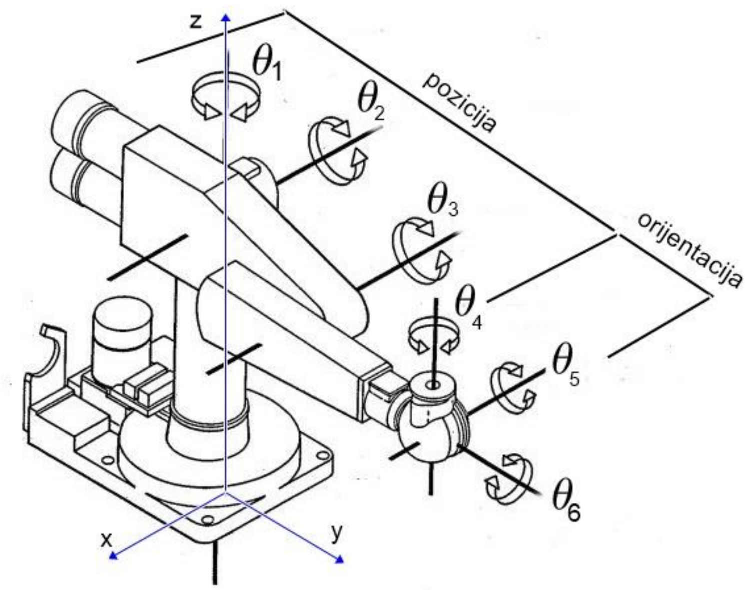
Direktna kinematika na primeru manipulatora sa dva stepena slobode

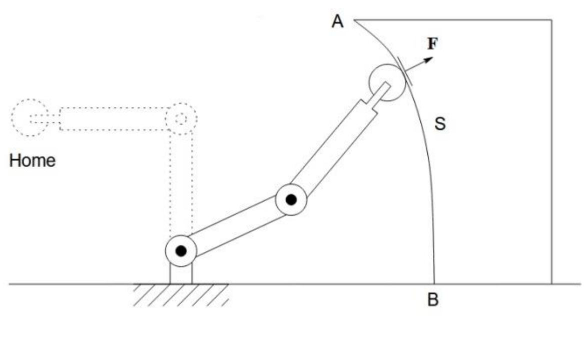
Rešavanje **inverznog kinematičkog problema** obuhvata određivanje vektora unutrašnjih koordinata odnosno pomeranja u zglobovima $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_6$ za zadati vektor spoljašnjih koordinata odnosno za zadatu poziciju i orijentaciju EE (x,y,z).

Na slici 1. prikazan je robot sa 6 stepeni slobode $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_6$ (unutrašnje koordinate). Kada za poznate unutrašnje koordinate $\theta_1, ..., \theta_6$ dobijamo zadatu poziciju i orijentaciju završnog uređaja u spoljašnjim koordinatama ,koord sistemu XYZ, (**direktna kinamatički problem**). Unutrašnje koordinate $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ određuju orijentaciju završnog uređaja.



Slika 1. Industrijski robot sa 6 stepena slobode. Prikaz unutrašnjih i spoljašnjih koordinata

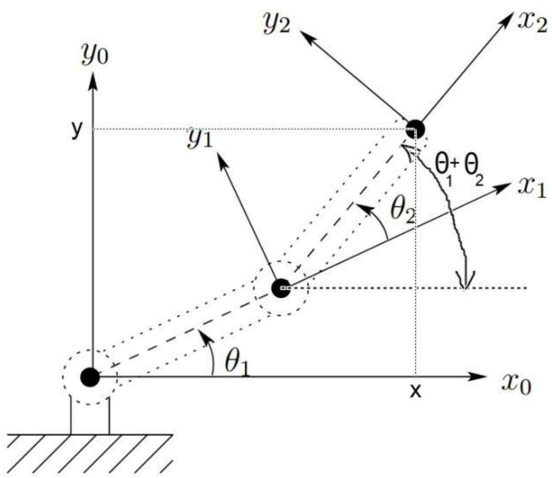
Na primeru robota sa dva stepena slobode ,slika 2, biće objašnjeni direktni i inverzni kinamatički problem.



Slika 2. Industrijski robot sa 2 stepena slobode. Ovaj manipulator ima samo poziciju nema orijentaciju.

Manipulator sa slike 2 može da vrši zahvat konturnog glodanja (kontura BA – površina S). Sa aspekta upravljanja manipulatorom sa slike 2 bilo bi potrebno odrediti uglove u zglobovima $\theta_1 \ i \ \theta_2$ kako bi se ostvarile pozicije A i B (tj. kako bi se ostvarila obrada duz konture AB) što nas dovodi do direktnog kinematičkog probelma.

Uobičajeno je uspostaviti bazni koordniatni sistem, slika 3.



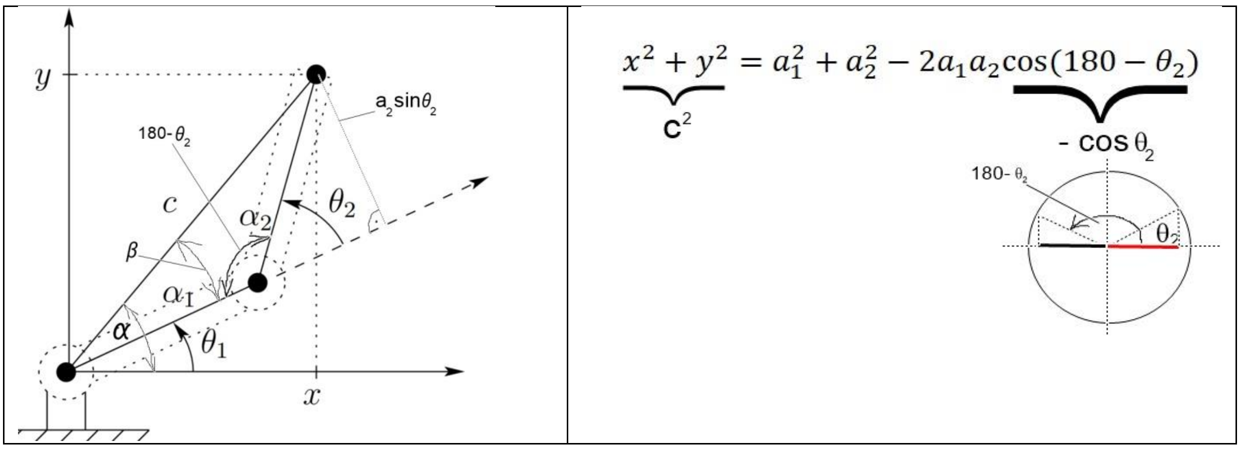
Spoljašnje koordinate:

$$
\begin{aligned}
x &= x_2 = \alpha_1 \cos\theta_1 + \alpha_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
y &= y_2 = \alpha_1 \sin\theta_1 + \alpha_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned}
$$

pri čemu su a1 i a2 duzine segmenata manipulatora.

Inverzni kinematički problem

Za zadate koordinate zavšnog uređaja x i y (u ovom slučaju alata-glodalo) mogu se odrediti uglovi $\theta_1 \ i \ \theta_2$ (unutrašnje koordinate). Na taj način može da se dovede alat i krece po konturi koja sadrži tačke A i B a čije kordinate su nam poznate u kordinatnom sistemu x, y. Na osnovu slike 3 može se primeniti kosinusna teorema.



Slika 3. Određivanje uglova zgloba ravanskog manipulatora

Na osnovu slike 3 sledi da je:

$$\boxed{\begin{aligned} \cos\theta_2 &= \frac{x^2+y^2-\alpha_1^2-\alpha_2^2}{2\alpha_1\alpha_2} := D \\ \theta_2 &= \cos^{-1}(D) \end{aligned}}$$

Bolji način za određivanje ugla zgloba θ_2:

$$\sin(\theta_2) = \pm\sqrt{1-D^2}$$

$$\boxed{\theta_2 = \tan^{-1}\frac{\pm\sqrt{1-D^2}}{D}}$$

Ugao zgloba θ_1 može se odrediti kao:

$$\theta_1 = \alpha - \beta$$

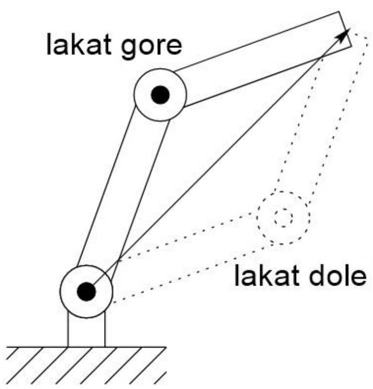
$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\beta = tan^{-1}\frac{a2sin\theta 2}{a1 + a2cos\theta 2}$$

$$\boxed{\theta_1 = \tan^{-1}(y/x) - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha_2\sin\theta_2}{\alpha_1+\alpha_2\cos\theta_2}\right)}$$

To znači da se u upravljačkoj jedinici ravanskog manipulatora nalaze jednačine za θ_1 i θ_2.

Ukoliko su zadate spoljašnje koordinate u okviru dostizivog radnog prostora manipulatora mogu se uočiti dva rešenja koja su prikazana na slici 4.



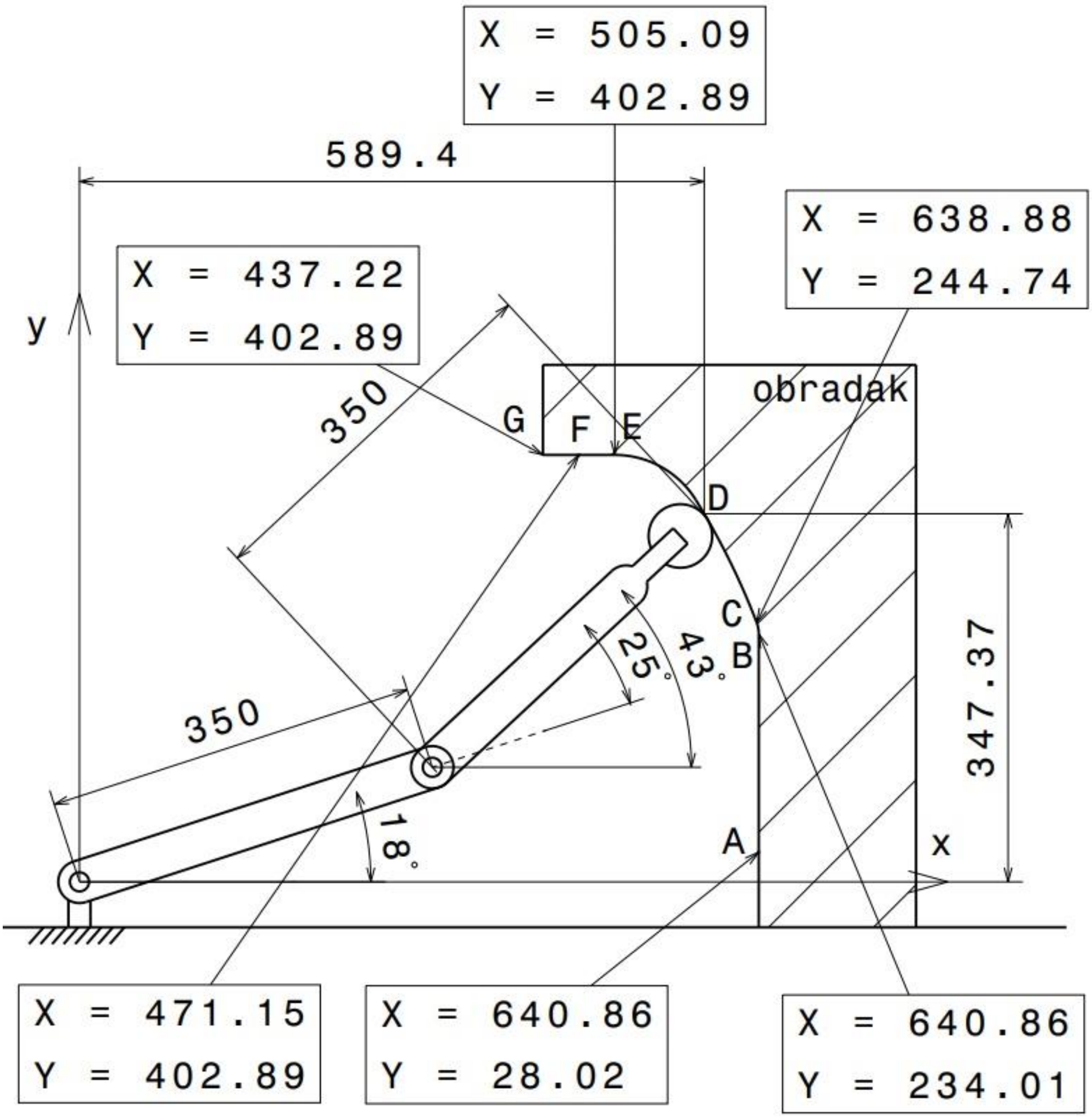
Slika 4. Višestruka rešenja direktnog kinematičkog problema

Primer i postavka zadatka ravanskog manipulatora

Za ____tačku na konturi i za vrednosti dužina segmenata $a_1 =$ ______ i $a_2 =$ ______

Izračunati unutrašnje koordinate θ_1 i θ_2 (odnosno rešiti inverzni kinematički problem).

Rešen primer i postavka zadatka prikazan je na slici ispod.



Kratko objašnjenje primera: za spoljašnje koordniate koje pripradaju konturi koja se obrađuje x=589.4mm i y=347.37mm i za dužine segmenata $a_1 = 350mm$ i $a_2 = 350mm$ rešenje inveznog kinematičkog problema je: $\theta_1 = 18^{\circ}\ i\ \theta_2 = 25^{\circ}$.