Задатак 1. Израчунати детерминанте: Задаци су први задатак са домаћег из Збирке тестова о контролних вежби (**Плава збирка**) који добијате као остатак када број индекса целобројно поделите са 25. Они који добију остатак 0, бирају задатак по вољи.

Задатак 2. Одреди матрицу X тако да је

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot X + X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 16 & 16 \end{bmatrix}$$

Задатак 3. Моторни чамац прелази реку ширине $d = 1\,km$. Ако је просечна брзина чамца у односу на воду $v_1 = 4\,km/h$, а просечна брзина речног тока $v_2 = 2\,km/h$, израчунати:

а) угао под којим ће се кретати чамац по реци ако се усмери у правцу који је нормалан на речни ток;

б) угао под којим би требало да се усмери чамац да би се кретао по путањи која је нормална на речни ток;

Задатак 4. Дате су матрице $A_{n\times m}$ и $B_{k\times p}$. Дато је и пет варијанти четворки бројева (n, m, k, p).

За коју четворку бројева производ матрица $A \cdot B$ има смисла?

1) (1, 2, 3, 4); 2) (2, 3, 5, 2); 3) (6, 3, 3, 4); 4) (3, 2, 4, 4); 5) (2, 3, 4, 3).

Задатак 5. Након множења матрица A и B из 4. задатка добија се нова матрица чије су димензије:

(3×4), (4×6), (6×4), (2×3), (5×3).

Задатак 6. Реши матричну једначину $A \cdot X^{-1} + B \cdot X^{-1} = C$, где су

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ - & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Задатак 7. Одреди инверзну матрицу матрице

$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Збир елемената прве врсте инверзне матрице је: 1) 3; 2) –2; 3) 5; 4) 4; 5) 1.

Напомена: Можете радити инверзну матрицу из **Плаве Збирке** ако вам је лакше (она коју имате за домаћи. На колоквијуму то треба нагласити.

Задатак 8. Матрица X је решење матричне једначине $AXB = C$ и једнака је:

1) $C^{-1}AB$; 2) $A^{-1}BC$; 3) BCA^{-1}; 4) $A^{-1}CB^{-1}$; 5) $B^{-1}CA$.

Задатак 9. За које вредности параметра α је систем једначина

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -22 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 12 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 = \alpha \end{cases}$$ сагласан.

1) 4; 2) –10; 3) 8; 4) 12; 5) 6.

Задатак 10. Задаци су 7. задатак са домаћег из **Збирке тестова о контролних вежби (Плава књига)** који добијате као остатак када број индекса целобројно поделите са 25. Они који добију остатак 0, бирају задататак по вољи.

Напомена: да би се положио колоквијум потребно је урадити више од половине из оба дела (вектори и аналитичка геометрија).

Задатак 1. Дат је пар вектора:

1. $\vec{a}(3,-1,1),\quad \vec{b}(2,1,0)$; 2. $\vec{a}(-1,2,-2),\quad \vec{b}(8,2,-2)$; 3. $\vec{a}(4,-1,-2),\quad \vec{b}(1,-1,1)$;

4. $\vec{a}(3,1),\quad \vec{b}(-4,12)$; 5. $\vec{a}(1,-2,3),\quad \vec{b}(-2,4,-6)$; 6. $\vec{a}\left(\frac{2}{\sqrt{13}},-\frac{3}{\sqrt{13}}\right),\quad \vec{b}\left(\frac{6}{\sqrt{52}},\frac{4}{\sqrt{52}}\right)$;

7. $\vec{a}(-5,4),\quad \vec{b}(15,-12)$.

Одредити оне парове вектора који задовољавају следеће услове

1.1) $\vec{a}$ и $\vec{b}$ су колинеарни; 1.2) скаларни производ $\vec{a}$ и $\vec{b}$ једнак 5;

1.3) косинус угла између $\vec{a}$ и $\vec{b}$ једнак $\frac{1}{\sqrt{7}}$; 1.4) $\vec{a}$ и $\vec{b}$ су ортогонални;

1.5) дужина вектора $\vec{a}$ је једнака $\sqrt{11}$, а дужина вектора $\vec{b}$ је једнака $\sqrt{5}$;

1.6) векторски производ $\vec{a}$ и $\vec{b}$ је вектор са кординатама $(-3,-6,-3)$.

Задатак 2. Дате су тројке вектора:

1. $\vec{a}(1,0,0),\quad \vec{b}(0,1,0)\quad \vec{c}(0,0,1)$; 2. $\vec{a}(2,0,0),\quad \vec{b}(0,-3,0)\quad \vec{c}(0,0,1)$;

3. $\vec{a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}},0\right)\quad \vec{b}\left(0,\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\quad \vec{c}\left(\frac{5}{\sqrt{26}},0,\frac{-1}{\sqrt{26}}\right)$;

4. $\vec{a}(1,-1,3),\quad \vec{b}(-2,2,1)\quad \vec{c}(3,-2,5)$; 5. $\vec{a}(1,-1,2),\quad \vec{b}(3,4,1)\quad \vec{c}(1,6,-3)$;

6. $\vec{a}(1,2,0),\quad \vec{b}(0,1,3)\quad \vec{c}(5,0,-1)$.

Одредити оне тројке вектора које задовољавају следеће услове:

2.1) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ су компланарни; 2.2) мешовити производ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ је једнак -7;

2.3) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ чине ортогоналну базу у R^3; 2.4.) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ чине ортонормирану базу у R^3;

2.5) запремина паралелопипеда над векторима $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ је једнака 7.

Задатак 3. Странице троугла ΔABC су на правама

$AB: 2x-5y+11=0,\quad BC: 5x-3y-1=0,\quad AC: 3x+2y+7=0$.

Одредити:

4.1) координате темена *A*, *B*, *C*; 4.2) координате средине странице *BC*;

4.3) једначину тежишне линије из темена *A*; 4.4) једначину висине из темена *B*;

4.5) растојање од тачке *B* до тачке *A*; 4.6) растојање од тачке *A* до праве *BC*.

Задатак 4. Од следећих равни

$\pi_1: x+y-z=0$; $\pi_2: 3x-2y+z+1=0$; $\pi_3: x-3z-11=0$; $\pi_4: 2y-3z=0$; $\pi_5: 6x-4y+2z-3=0$.

Изабрати: 5.1) раван која садржи тачку *A* (-1, 0, 2); 5.2) раван која пролази кроз тачку *O*(0, 0, 0);

5.3) раван паралелну са *Oy* осом; 5.4) раван која садржи осу *Ox*;

5.5) раван која на координатним осама *Ox*, *Oy*, *Oz* одсеца одсечке редом $a=\frac{1}{12}, b=-\frac{3}{4}, c=\frac{3}{2}$;

5.6) раван чији је вектор нормале $\vec{n}(3,-2,1)$; 5.7) пар паралелних равни;

5.8) пар нормалних равни.

Задатак 5. а) Одредити пројекцију тачке B(-1, 5, 3) на праву

$$\begin{cases} 2x+y-5z-23=0 \\ 4x+y+8z-38=0 \end{cases}$$

б) Дате су тачке *A*(2, -2, 3), *B*(2, 2, 2), *C*(6, -1, 1), *D*(2, 3, -2).
Одредити једначину равни *ABC* и запремину тетраедра и његову висину из темена D.

Напомена: 13. или 14. задатак из домаћег (**Плава збирка**) мења било који од наведених.